

城市公交故障抢修的随机 Petri 网建模及分析

张四平^{1,2}, 余 维³, 王 梅¹

(1 湖南信息职业技术学院, 湖南 长沙, 410200; 2 湖南大学 软件学院, 湖南 长沙 410082;

3 郑州大学 信息工程学院, 河南 郑州 450052)

摘 要: 针对城市公交运行过程中紧急抢修故障车的效率问题, 本文基于随机 Petri 网建立了城市公交运行故障的抢修模型, 利用随机 Petri 网与马尔可夫链的同构关系, 得到了抢修模型稳定的状态空间及各状态出现的概率, 进而分析了抢修过程各环节的利用率及各状态的时间属性, 为抢修效率的提高提供了相关依据. 实例验证模型分析的有效性, 通过对某些抢修环节的改善和提高, 进而提高公交故障抢修的效率.

关键词: 随机 Petri 网; 故障抢修; 城市公交; 马尔可夫链

中图分类号: TP301.6

文献标识码: A

文章编号: 1000-7180(2012)09-0125-04

Modeling and Analysis of Urban Public Transportation Fault Repair Based on Stochastic Petri Net

ZHANG Si-ping^{1,2}, SHE Wei³, WANG Mei¹

(1 Hunan College of Information, Changsha 410200, China; 2 School of Software, Hunan University, Changsha 410082, China; 3 School of Information Engineering, Zhengzhou University, Zhengzhou 450052, China)

Abstract: According to the efficiency of repairing imminently faulty bus in the city, this paper establish the model for the process of repairing the fault bus based on the Stochastic Petri nets (SPN). Since the Stochastic Petri nets and the Markov chain is isomorphic, the stable state space of the repairing model can be gain. Then the probability of each state will be calculated. The analysis for the utilization rate of the every repairing step and the time attributes of the every steady state can be given. These can provide the relevant evidence for improving the efficiency of repairs. At last an example is given to verify the availability of the modeling and analysis based on SPN. The efficiency of fault repair will be improved through enhancing the efficiency of some repairs step.

Key words: stochastic Petri nets; fault repair; urban public transportation; Markov chain

1 引言

随着社会经济的增长, 交通事业也随着飞速发展, 同时伴随着越来越多的交通问题, 尤其是城市道路拥堵问题. 大力发展城市公共交通系统是有效解决拥堵问题的方法之一, 于是城市公共交通的相关研究也越来越多. 文献[1]针对智能公交系统车辆调度难的问题, 提出了网格环境下跨越多个域和系统的车辆实时调度 workflow 模型的特点和要求,

进行了建模和分析. 文献[2]对区域公交车辆调度问题的可靠性进行了相关的研究. 文献[3]基于随机 Petri 网对交通交叉口的信号灯控制进行建模和分析, 从而提高交通流量. 文献[4]针对铁路的应急救援流程给出了随机 Petri 网模型, 并做了相关分析. 目前仅针对故障公交车抢修过程的建模和分析相关的研究较少.

城市公共交通系统中的公交车在其运行过程中不可避免的会出现故障, 这样就给乘客带来不便, 也

收稿日期: 2012-02-25; **修回日期:** 2012-03-28

基金项目: 河南省重点科技攻关项目(122102210004); 湖南省“四千工程”(湘经信科技[2011]639号); 湖南省教育厅教学仿真实训软件开发项目(湘教通[2011]78号); 湖南省教育厅科学研究项目(11C0936)

给公交的运营效益造成一定得影响. 为了最大程度的减少公交车故障所带来的损失, 应制定合理的抢修方案, 抢修车的合理调度, 抢修资源的合理分配等, 从而提高抢修效率. 本文基于随机 Petri 网对运行中故障公交车的抢修过程进行建模, 通过随机 Petri 网和马尔可夫链的同构关系做相应的分析.

2 随机 Petri 网

随机 Petri 网(Stochastic Petri Net, SPN)与简单 Petri 网的不同就是将变迁加入了参数, 这个参数表示该变迁的平均发生次数, 也就是单位时间内的实施次数^[5].

随机 Petri 网为一个六元组:

$$SPN = (P, T, F, W, M_0, \lambda)$$

其中: (1) $P = \{p_1, p_2, \dots, p_m\}$, m 为正整数, 表示库所的非空有限集合; (2) $T = \{t_1, t_2, \dots, t_n\}$, n 为正整数, 表示变迁的非空有限集合; (3) $F \subseteq (P \times T) \cup (T \times P)$, 表示变迁输入弧和变迁输出弧的非空有限集合; (4) $W: F \rightarrow N^+$ 是弧权函数, $N = \{1, 2, 3, \dots\}$; (5) $M_0: P \rightarrow N$ 是系统状态初始标识, $N = \{1, 2, 3, \dots\}$; (6) $\lambda = \{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_k\}$, k 为正整数, 表示变迁平均实施速率的集合.

在 SPN 中, 变迁 t_i 其对应的参数 λ_i 表示了变迁 t_i 的平均实施速率, λ_i 的值从对所模拟的系统的实际测量中获得. 本文假定变迁实施速率都服从指数分布, 那么该类 SPN 就同构与一个马尔可夫链.

随机 Petri 网的每个标识都映射马尔可夫链的一个状态, 也就是随机 petri 网的可达图同构一个马尔可夫链的状态空间, 因而可利用马尔可夫随机过程进行求解^[6]. 一个有界的随机 Petri 网同构于一个有穷的马尔可夫链, 有穷的马尔可夫链存在一个平稳的分布, 也就是说随机 Petri 网的标识存在一个稳定的概率分布, 即可得到系统达到稳定状态下各状态的概率分布.

如果随机 Petri 网的各个标识的稳态概率用向量 $X = (x_1 \ x_2 \ x_3 \ \dots \ x_N)$ 表示, N 为随机 Petri 网所有标识的个数. 根据马尔可夫链平稳分布的相关定理和切普曼-科尔莫哥洛夫方程^[7]可得:

$$\begin{cases} XQ = 0 \\ \sum_i x_i = 1 \end{cases} \quad 1 \leq i \leq N \quad (1)$$

其中, X 为一个 $1 \times N$ 向量, Q 为一个 $N \times N$ 矩阵. Q 中的非对角线上的元素 q_{ij} ($i \neq j$, $1 \leq i, j \leq N$) 为随机 Petri 网的标识 M_i 到标识 M_j 的转移速

率, 如果随机 Petri 网在标识 M_i 下不存在任一变迁使得其出发能够达到标识 M_j , 则 q_{ij} 的取值为 0. Q 中的对角线上的元素 q_{ii} ($1 \leq i \leq N$) 的值为:

$$q_{ii} = - \sum_{j \neq i, 1 \leq j \leq N} q_{ij}$$

3 故障抢修的 SPN 模型

城市公交车发生故障不仅使得乘客滞留在道路上, 同时故障公交车也占据一定的道路资源, 容易造成道路拥堵. 故对故障公交车的抢修工作一定要有较高的效率. 城市公交车运行过程中出现故障的抢修过程为: (1) 某个公交车在运行过程中出现故障; (2) 由公交车司机报警到公交调度中心; (3) 公交调度中心通知处理故障的抢修小组实施抢修; (4) 抢修小组对抢修方案的确认, 抢修包括两部分: ①调度备用车辆或者其他运行公交车尽快解决滞留乘客问题; ②协调抢修过程中的车、维修人员和维修所需物资赶赴故障现场进行抢修; (5) 完成出现故障公交车的抢修.

基于以上的抢修过程构建随机 Petri 网模型, 如图 1 所示. SPN 模型中的库所和变迁的含义由表 1 和表 2 进行说明. 由表 2 可以得到 5 个变迁的平均实施速率为 $\{10, 6, 2, 2, 1\}$. 如变迁 t_1 的含义为公交司机向调度中心报警, 平均实施速率为 10, 含义为公交司机向调度中心报警在单位时间内平均实施 10 次.

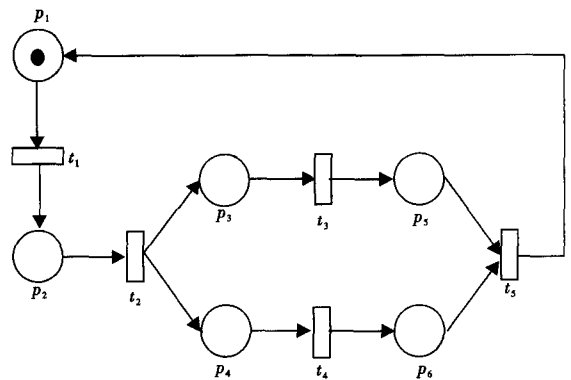


图1 城市公交故障抢修 SPN 模型

4 故障抢修 SPN 模型的分析

针对以上建立的城市公交故障抢修的 SPN 模型, 假设 SPN 模型中所有变迁对应的平均实施速率都服从指数分布, 那么此 SPN 模型就同构一个马尔可夫链. 根据图 1 的 SPN 模型可以得到 SPN 模型各标识可达图, 即对应于状态转移的马尔可夫链, 如

图 2 所示.

表 1 城市公交故障抢修 SPN 模型中库所的含义

库所	库所含义
p_1	公交车在运行过程中出现故障
p_2	调度中心接到报警后将具体信息传达到抢修小组
p_3	调度备用车辆或者其他运行公交车尽快解决滞留乘客问题
p_4	协调抢修过程中所需的车辆、维修人员和维修物资尽快赶赴故障现场进行抢修
p_5	解决乘客的车辆到达故障现场
p_6	解决故障车所需的人物资到达故障现场

表 2 城市公交故障抢修 SPN 模型中变迁的含义

变迁	变迁含义	平均实施速率
t_1	公交司机向调度中心报警	10
t_2	抢修小组确定抢修方案	6
t_3	解决乘客的车辆赶赴故障现场	2
t_4	解决故障车所需的人物资赶赴故障现场	2
t_5	解决滞留乘客并成功抢修故障公交车	1

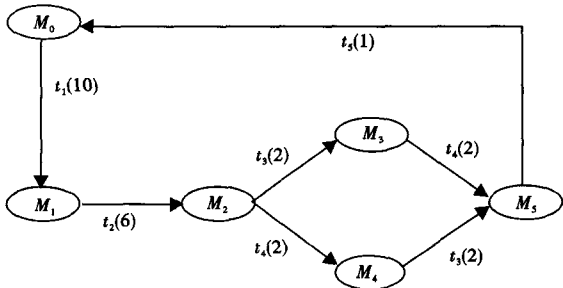


图 2 SPN 状态标识的马尔可夫链

在图 2 中,SPN 模型各状态标识如下所示:

- $M_0 = (1, 0, 0, 0, 0, 0);$
- $M_1 = (0, 1, 0, 0, 0, 0);$
- $M_2 = (0, 0, 1, 1, 0, 0);$
- $M_3 = (0, 0, 0, 1, 1, 0);$
- $M_4 = (0, 0, 1, 0, 0, 1);$
- $M_5 = (0, 0, 0, 0, 1, 1)$

状态标识 M_0 的含义为库所 p_1 中含有一个托肯,其他库所中没有托肯.具体描述的故障抢修的状态为:公交车在运行过程中出现故障,还没有其他相关的动作的一种状态.其他标识的含义类似上述解

释,这里不详细说明.

将故障抢修 SPN 模型中各个标识稳态概率用行向量 $X=(x_0 \ x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5)$ 表示,即标识 M_i 达到稳态后出现的概率为 x_i .由图 2 的马尔可夫链可得到马尔可夫转移过程中的转移速率矩阵 Q ,如下:

$$Q = \begin{bmatrix} -10 & 10 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -6 & 6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -4 & 2 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -2 & 2 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{matrix} M_0 \\ M_1 \\ M_2 \\ M_3 \\ M_4 \\ M_5 \end{matrix}$$

将转移速率矩阵 Q 代入方程(1),由 Matlab 可计算得到 $X=(0.0496 \ 0.0826 \ 0.1240 \ 0.1240 \ 0.1240 \ 0.4959)$,因此当公交故障抢修达到稳定状态时,各状态的概率为:

- $P(M_0) = x_0 = 0.0496;$
- $P(M_1) = x_1 = 0.0826;$
- $P(M_2) = x_2 = 0.1240;$
- $P(M_3) = x_3 = 0.1240;$
- $P(M_4) = x_4 = 0.1240;$
- $P(M_5) = x_5 = 0.4959$

通过各状态的稳定概率可以得到整个故障抢修过程中哪些环节处于工作的概率,即为模型是各库所含有托肯的概率,计算过程如下:

- $P(M(p_1) = 1) = P(M_0) = 0.0496;$
- $P(M(p_2) = 1) = P(M_1) = 0.0826;$
- $P(M(p_3) = 1) = P(M_2) + P(M_4) = 0.1240 + 0.1240 = 0.2480;$
- $P(M(p_4) = 1) = P(M_2) + P(M_3) = 0.1240 + 0.1240 = 0.2480;$
- $P(M(p_5) = 1) = P(M_3) + P(M_5) = 0.1240 + 0.4959 = 0.6199;$
- $P(M(p_6) = 1) = P(M_4) + P(M_5) = 0.1240 + 0.4959 = 0.6199$

由以上计算可以看到库所 p_5 和 p_6 在稳定状态标识空间中含有托肯的概率最高,也就是说在 SPN 模型中变迁 t_5 (前置库所为 p_5 和 p_6)的触发需要的时间最长.具体的实际意义为:在故障抢修的过程中,解决乘客的车辆和解决故障车所需的人物资到达故障现场后,解决滞留乘客并成功抢修故障公交车所需要的时间最长.

随机 Petri 网的标识达到稳态后 SPN 模型中变迁的利用率公式为:

$$P(t) = \sum_{M \in E} P(M) \quad (2)$$

其中, E 为使变迁 t 可触发的所有标识的集合。

通过 SPN 模型中各状态标识的稳定概率可以计算 SPN 模型中各变迁的利用率, 计算过程如下:

$$P(t_1) = P(M_0) = 0.0496;$$

$$P(t_2) = P(M_1) = 0.0826;$$

$$P(t_3) = P(M_2) + P(M_4) =$$

$$0.1240 + 0.1240 = 0.2480;$$

$$P(t_4) = P(M_2) + P(M_3) =$$

$$0.1240 + 0.1240 = 0.2480;$$

$$P(t_5) = P(M_5) = 0.4959$$

由以上计算同样可以看出在故障抢修的过程中, 解决滞留乘客并成功抢修故障公交车所需要的时间最长。综上可知, 如果要提高抢修故障公交车的抢修效率, 保证城市公交系统的最大最高效的运送旅客, 就一定要提高解决滞留乘客和及时抢修故障公交车的效率。

随机 Petri 网的标识达到稳态后 SPN 模型中包含托肯的平均数为:

$$\bar{N} = \sum_{p_i \in P} \sum_j j \times P(M(p_i) = j) \quad (3)$$

由公式(3)可以得到城市公交车故障抢修的 SPN 模型中到达稳态后所含有的平均托肯数为:

$$\bar{N} = \sum_{j=1}^6 P(M(p_j) = I) = 1.868$$

随机 Petri 网中变迁的托肯流速的计算公式如下:

$$R(t, p) = W(t, p) \times P(t) \times \lambda \quad (4)$$

其中, $W(t, p)$ 为变迁 t 到后置库所 p 的弧权值, $P(t)$ 为变迁 t 的利用率, λ 为变迁 t 的触发速率。

由公式(4)可以得到城市公交车故障抢修的 SPN 模型中到达稳态后变迁 t_1 的托肯流速为:

$$R(t_1, p_2) = 1 \times 0.0496 \times 10 = 0.496$$

由 SPN 模型的托肯平均值和变迁 t_1 的托肯流速可以计算得到城市公交车故障抢修的平均周期时间。故障抢修的平均周期就是公交车发生故障到抢修结束的时间。计算如下:

$$\bar{t} = \bar{N} / R(t_1, p_2) = 1.868 / 0.496 = 3.7661$$

于是得到一次故障抢修的平均时间为 3.7661 个单位时间。

5 结束语

本文基于随机 Petri 网构建了城市公交车故障

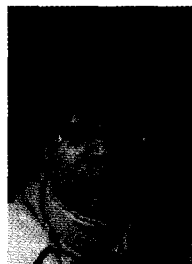
抢修的 SPN 模型, 通过 SPN 模型与马尔可夫链的同构关系, 及马尔可夫链存在稳定状态的性质, 分析了故障抢修模型的相关属性, 能够得到抢修各环节大概的时间, 确定整个抢修过程中哪些环节所在的时间最长, 提高这些环节的效率从而提高整个抢修过程的效率, 另外也可以得到整个抢修过程的平均周期。

下一步的工作是如果 SPN 模型中各变迁的触发速率不仅仅服从指数分布, 同时含有其他不同的分布, 如何如分析 SPN 模型相关的属性。另外, 要细化模型, 分析更多的相关流程和因素。

参考文献:

- [1] 杨浩澜, 李华, 李世畅, 等. 智能公交系统中动态网格工作流模型研究[J]. 计算机科学, 2010, 37(01): 130-137.
- [2] 魏明, 靳文舟, 孙博. 区域公交车调度问题的可靠性[J]. 华南理工大学学报: 自然科学版, 2012, 40(02): 50-56.
- [3] Badamchizadeh M A, Jorroughi M. Deterministic and stochastic Petri Net for urban traffic systems[C]//The 2nd International Conference on Computer and Automation Engineering. [s. l.]: IEEE, 2010.
- [4] 艾厚文, 贾利民, 秦勇, 等. 基于随机 Petri 网的铁路应急救援流程化分析[J]. 铁路计算机应用, 2008, 17(07): 9-11.
- [5] 袁崇义. Petri 网原理与应用[M]. 北京: 电子工业出版社, 2005: 35-36.
- [6] 洪国彬. 基于随机 Petri 网的企业业务流程重组的理论与优化方法研究[D]. 天津: 天津大学, 2003.
- [7] 林闯. 随机 Petri 网和系统性能评价[M]. 北京: 清华大学出版社, 2005.

作者简介:



张四平 男, (1979—), 学士, 讲师. 研究方向为软件工程、Petri 网理论。

余维 男, (1977—), 副教授, 博士研究生. 研究方向为 Petri 网理论、智能系统。

王梅 女, (1978—), 讲师, 硕士生. 研究方向为软件工程。